

УДК 37.015.311:37.016:512-053.6
DOI 10.31494/2412-9208-2020-1-3-171-181

DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL ABILITIES OF SENIOR PUPILS' IN THE PROCESS OF FORMING THE BASIC CONCEPTS OF ALGEBRA AND THE BEGINNINGS OF ANALYSIS

**РОЗВИТОК МАТЕМАТИЧНИХ ЗДІБНОСТЕЙ
СТАРШОКЛАСНИКІВ У ПРОЦЕСІ ФОРМУВАННЯ ОСНОВНИХ
ПОНЯТЬ АЛГЕБРИ І ПОЧАТКІВ АНАЛІЗУ**

Olena CHUGUNOVA,
postgraduate student

Олена ЧУГУНОВА,
аспірантка

olenachg@gmail.com

<http://orcid.org/0000-0001-6868-6297>

Zhytomyr Ivan Franko State
University

Житомирський державний
університет імені Івана Франка

✉ 40 Big Berdychivska St.,
Zhytomyr, Ukraine, 10008

✉ вул. Велика Бердичівська, 40,
м. Житомир, Україна, 10008

Original manuscript received: October 03, 2020

Revised manuscript accepted: November 25, 2020

ABSTRACT

The article provides a theoretical analysis of psychological and pedagogical and educational literature on the study of basic concepts of algebra and the beginnings of analysis. It is established that the issue of development of mathematical abilities of high school students in the process of forming the basic concepts of algebra and the beginnings of analysis remains insufficiently studied. The purpose of this study is to clarify the content and structural components of the methodology of development of mathematical abilities of high school students in the process of forming the basic concepts of algebra and the beginnings of analysis. To achieve the goal, the following research methods were used: theoretical analysis (psychological-pedagogical and educational-methodical literature); structural-system analysis (concepts of algebra and the beginnings of analysis); theoretical modeling (in the process of developing a theoretical-probabilistic methodological model of learning), content-theoretical generalization and design (in formulating conclusions and outlining the content of further research).

According to the results of the research it is determined that the basic (system-forming) concept of algebra and the beginnings of analysis is the concept of "mathematical model". The developed theoretical-probabilistic methodical model of development of mathematical abilities of senior pupils in the course of formation of concepts of algebra and the beginnings of the analysis represents a cycle of developmental training in which development of individual psychological qualities of the senior pupil's personality is reached in activity of cooperation with the teacher and peers. The defined stages of learning algebra and the principles of analysis involve the establishment of zones of actual mathematical development, the creation of zones of immediate mathematical development, the transformation of these zones (internalization process), long-term planning of zones of immediate mathematical development, and the matrix of matching zones of immediate mathematical development. This model embodies a task-based approach to the organization of the learning process, provides self-analysis, self-control, self-correction and self-

171

assessment of both the process and the results of educational and mathematical activities. The essential characteristic of the presented model is the probabilistically (randomly) deterministic structural components that are determined at the first stage of its implementation and determine the content and specificity of the subsequent stages.

Key words: *the concept of algebra and the beginnings of analysis, the development of mathematical abilities of high school students, areas of current mathematical development, areas of immediate mathematical development, mathematical model.*

Вступ. З огляду на сучасну концепцію математичної освіти на часі є розроблення науково-методичних систем навчання, спрямованих на формування умінь учнів будувати й досліджувати математичні моделі. Такі дидактичні цілі віддзеркалюють чинні навчальні програми з математики, наріжним каменем яких визначено математичну компетентність. Насправді, основою змістово-теоретичного виміру такої компетентності слугують математичні поняття як специфічні форми мислення. Тому одним із ключових завдань учителя є забезпечення повноцінного засвоєння учнями математичних понять, а відтак, не лише навчити їх правильно формулювати, але й використовувати в роботі з реальними матеріальними об'єктами.

Проблемою формування понять у школярів займалися такі психологи, як Л. Виготський, П. Гальперін, В. Давидов, Н. Менчинська, Н. Талізін та інші. Загальну методику формування математичних понять у своїх працях описали В. Бевз, Г. Бевз, М. Бурда, О. Скафа, Н. Тарасенкова та інші. У контексті методики розвивального навчання порушена проблема вирішувалася такими науковцями, як Е. Александрова, С. Семенець, З. Слєпкань, С. Скворцова. Однак, дотепер недостатньо вивченим залишається питання розвитку математичних здібностей старшокласників у процесі формування понять алгебри та початків аналізу.

Мета статті – розкрити зміст та структурні компоненти методики розвитку математичних здібностей старшокласників у процесі формування основних понять алгебри та початків аналізу.

Для досягнення мети вирішуються такі завдання: зробити структурно-математичний аналіз основних понять алгебри і початків аналізу; виконати аналіз чинних методик формування понять алгебри і початків аналізу; створити теоретико-ймовірнісну методичну модель розвитку математичних здібностей старшокласників у процесі формування понять алгебри і початків аналізу.

Методи та методики дослідження. У роботі використано такі методи дослідження: теоретичний аналіз (психолого-педагогічної та навчально-методичної літератури), структурно-математичний аналіз (понять алгебри і початків аналізу), теоретичне моделювання (у процесі розроблення теоретико-ймовірнісної методичної моделі), змістово-теоретичне узагальнення та проєкування (у формулюванні висновків та окресленні подальших досліджень).

Результати та дискусії. Поняття слугують основою будь-якої

теорії, фундаментом її створення і розвитку. Під поняттям будемо розуміти форму мислення, результат узагальнення суттєвих ознак об'єкта дійсності (Бусел, 2003).

Математичні поняття відображають просторові форми та кількісні відношення дійсності, що є результатом узагальнення й абстрагування.

Порушена в дослідженні проблема розвитку математичних здібностей старшокласників, виокремлення в їх структурі системотвірного компонента (схильність до побудови, реалізації й дослідження математичних моделей) передбачають визначення засадничого (генетично вихідного) поняття алгебри і початків аналізу. На нашу думку, такою унікальною формою мислення є поняття **“математична модель”**. Погоджуємося, що означення математичної моделі може бути сформульоване на основі поняття математичної структури. Множина (система) математичних об'єктів

$X\{x_1, x_2, \dots, x_m\}$ із введеними в ній математичними операціями (відношеннями) $X\{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n\}$, що задовольняють властивості $X\{\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k\}$, є **математичною моделлю** множини (системи) об'єктів $Y\{y_1, y_2, \dots, y_m\}$, із виконуваними в ній діями $Y\{\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n\}$, які мають властивості $Y\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m\}$, якщо:

1) між елементами, операціями (діями) та властивостями, що виконуються в цих множинах, можна встановити взаємно однозначну відповідність;

2) результат дії між двома елементами в множині X відповідає елемент множини Y , що є результатом відповідної дії між відповідними елементами цієї множини (Семенець, 2009: 125).

Вважаємо, що таким визначенням математичної моделі доцільно послуговуватися в класах математичного профілю. У непрофільних класах поняття **“математична модель”**, як правило, визначається описово, на прикладах.

Як зазначає Є. Лященко, сформувані поняття про об'єкт – це означає розкрити всі істотні властивості об'єкта в їх цілісній сукупності (Лященко, 1988: 39). Найпоширеніший спосіб розкриття понять алгебри і початків аналізу – через найближчий рід і видові відмінності. Так, у курсі алгебри і початків аналізу найуживанішими є:

1) означення через зазначення характеристичної властивості (наприклад, означення зростаючої або спадної функції на проміжку);

2) аналітичні (приміром, означення степеневої, показникової та логарифмічної функції);

3) заперечувальні (наприклад, подія, яка відбувається в тому й тільки в тому випадку, коли не відбувається подія A , називається її доповненням).

3. І. Слєпкань зазначає, що засвоєння математичних понять відбувається в процесі аналітико-синтетичної діяльності учнів, спрямованої на виявлення істотних загальних властивостей певного поняття й усвідомлення його неістотних властивостей, а також на застосування нового поняття до розв'язування задач. До пізнавальної діяльності учнів щодо засвоєння математичних понять належать як загальні (аналіз, синтез, порівняння, абстрагування, узагальнення тощо), так і специфічні розумові дії (підведення під поняття і обернена їй дія – виведення наслідків) (Слєпкань, 2006: 65).

Поділяючи думку видатного методиста-математика, вважаємо, що сформованість загальних розумових дій є важливою психолого-педагогічною умовою розвитку математичних здібностей старшокласників у навчанні алгебри та початків аналізу. Застосування математичних понять під час розв'язування задач та вивчення фактів теорії потребує виконання таких специфічних дій, як підведення під поняття і оберненої дії – виведення наслідків. Вони, на нашу думку, сприяють формуванню вміння узагальнювати матеріал на декількох теоретичних рівнях, уможливають розвиток здібності старшокласників інтуїтивно “схоплювати” формальну структуру (алгоритм) розв'язання задачі лише на основі часткового випадку. У підсумку, досягається вищий рівень розвитку когнітивно-узагальнювального та мнемічно-узагальнювального компонентів математичних здібностей.

У процесі вивчення понять алгебри і початків аналізу використовуються два найпоширеніші прийоми узагальнення: від часткового до загального (конкретно-індуктивний) та від загального до часткового (абстрактно-дедуктивний). У разі використання конкретно-індуктивного прийому навчання від конкретних фактів переходять до означення, а далі забезпечують усвідомлення конкретних проявів у загальному. Так здебільшого вводиться поняття границі числової послідовності, границі функції в точці, неперервності функції в точці. Застосовуючи абстрактно-дедуктивний прийом, учитель формулює означення, наводить приклади об'єктів, що належать до цього поняття, розкриває істотні спільні властивості та зазначає неістотні. Приміром, так найчастіше означаються степенева, показникова, логарифмічна функції, вводиться поняття ірраціонального числа.

Зважаючи на порушену в роботі проблему, вважаємо, що вивчення понять курсу алгебри і початків аналізу варто розпочинати конкретно-індуктивним методом, а надалі домагатися узагальнення їх змісту й формулювання понять самостійно старшокласниками. Це дасть змогу актуалізувати структурні компоненти математичних здібностей (когнітивно-узагальнювальний, кодувально-формалізований), виявити істотні властивості математичних понять (рід та видові ознаки), забезпечити самостійну навчально-математичну діяльність. Застосування самого ж поняття алгебри і початків аналізу (у вивченні теорії чи в розв'язуванні задач) здебільшого передбачає використання абстрактно-дедуктивного методу навчання.

Пропонуємо зміст і структуру поняття, його різновид представляти у вигляді таблиці 1.

Таблиця 1

| Скорочений запис формулювання означення | |
|---|---------------|
| Структура означення | Термін |
| | Рід |
| | Видові ознаки |
| Різновид означення | |
| Поняття як результат розв'язування навчальних, навчально-теоретичних чи навчально-дослідницьких задач | |

Методист-математик Г. Саранцев виділяє **методичні вимоги** до етапності формування понять: мотивація; виявлення істотних властивостей поняття; засвоєння означення поняття; застосування поняття в конкретних ситуаціях; систематизація матеріалу; логічні операції з поняттям, в результаті чого з'являються інші поняття (Саранцев, 2001: 98).

На нашу думку, дотримання таких методичних вимог у формуванні понять алгебри і початків аналізу сприяє позитивній мотивації, навчально-пізнавальному інтересу до вивчення понять, слугує успішній навчально-математичній діяльності й актуалізує математичні здібності старшокласників. Окрім цього, окреслені вимоги забезпечують організацію навчально-математичної діяльності, спрямованої на формування понять й вирішення двох взаємопов'язаних завдань – це вивчення способів формулювання понять алгебри і початків аналізу, формування на цій основі узагальненої схеми дій та формування умінь застосовувати математичні поняття у процесі розв'язування задач.

Один із фундаторів концепції розвивального навчання В. Давидов визначає такі **логіко-психологічні вимоги** до процесу формування понять (Давидов, 1986: 164):

– засвоєння понять, що є основою навчального предмету або його основних розділів, повинне відбуватися шляхом розгляду предметно-матеріальних умов їх походження, завдяки яким вони стають необхідними (іншими словами, поняття не можна подавати як “готове знання”);

– засвоєння знань загального і абстрактного характеру передують знайомству з більш конкретними знаннями, останні необхідно виводити з перших як зі своєї єдиної основи;

– виявлення учнями початкового, загального зв'язку, що визначає зміст і структуру всіх об'єктів тих чи тих понять, через вивчення наочно-матеріальних джерел понять;

– відтворення взаємозв'язку між поняттями в специфічних предметних, графічних або знакових моделях, що дозволяють вивчати його властивості “в чистому вигляді”;

– формування в учнів наочних дій, за допомогою яких у навчальному матеріалі виявляються і в моделях відтворюються суттєві зв'язки об'єктів, а потім вивчаються їх властивості;

– поступовий перехід від наочних дій до їх виконання в розумовому плані.

З огляду на порушену в дослідженні проблему вважаємо, що розвиток математичних здібностей старшокласників передбачає дотримання сформульованих логіко-психологічних вимог. Насправді відмова від “готових знань” (формулювання понять самим вчителем), обґрунтування походження математичних понять, а також моделювання (предметне, графічне, знакове) й логічне сходження від абстрактного (загального) до конкретного (часткового) актуалізують такі структурні компоненти математичних здібностей, як системотвірний, кодувально-формалізований, когнітивно-узагальнювальний і мнемічно-узагальнювальний. Названі вимоги слугують повноцінній навчально-математичній діяльності старшокласників, організованій у формі формулювання та розв'язування базових, навчальних, навчально-теоретичних і навчально-дослідницьких задач з алгебри і початків аналізу.

Основу методики формування математичних понять, розробленої С. Семенцем, складає розвивально-задачний метод навчання. Тут утілюється ідея математичного та навчального моделювання, логічне сходження від абстрактного (загального) до конкретного (часткового), забезпечується рефлексія процесу учіння математики (Семенець, 2009: 127).

Підтримуючи ідею розвивально-задачного методу навчання та спираючись на розроблену загально-дидактичну модель організації навчально-математичної діяльності старшокласників, виділимо етапи формування математичних понять, побудуємо теоретико-ймовірнісну методичну модель розвитку математичних здібностей старшокласників у навчанні алгебри і початків аналізу (рис. 1).

Під **теоретико-ймовірнісною методичною моделлю** будемо розуміти систему, яка, з одного боку, окреслює сутнісні зв'язки досліджуваного феномена, розкриває його структуру й характеристики, а з іншого боку – репрезентує, як саме, яким способом досягається повноцінне (цілісне) його функціонування.

I етап. Визначення зон актуального математичного розвитку старшокласників. Суть цього етапу полягає у формулюванні та розв'язуванні базових задач з алгебри і початків аналізу, за результатами чого встановлюються способи дій, якими вже оволоділи старшокласники. На цьому етапі можливим є встановлення передбазової зони актуального математичного розвитку, у рамках якої способи дій старшокласників не сформовані. Вищому рівню змістового узагальнення задачної ситуації відповідає формулювання навчальної (навчально-теоретичної) задачі з алгебри і початків аналізу, з'ясування сформованості способів дій у процесі розв'язування типових задач. Тут, власне кажучи, встановлюється, якою формою культурної поведінки

оволоділи старшокласники, з якими задачами (типами задач) вони справляються самостійно. З огляду на вивчений матеріал робиться аналіз, контроль, корекція й оцінка його засвоєння, а також дається відповідь на питання про те, якою є зона актуального математичного розвитку старшокласників (передбазова, базова, навчальна, навчально-теоретична). У підсумку створюється матриця відповідності зон актуального математичного розвитку (передбазова, базова, навчальна, навчально-теоретична) та зон найближчого математичного розвитку (базова, навчальна, навчально-теоретична, навчально-дослідницька) старшокласників. У матриці відповідності вказуються основні типи задач, у процесі розв'язування яких встановлюються зони актуального математичного розвитку та створюються зони найближчого математичного розвитку старшокласників, зазначаються форми організації навчально-математичної діяльності.

II етап. Створення зон найближчого математичного розвитку старшокласників. На другому етапі створюється проблемна задачна ситуація, з якою старшокласники не можуть впоратися самостійно. Формулюється прикладна задача з алгебри і початків аналізу, що передбачає вивчення нового матеріалу (введення нового математичного поняття). За колективних і колективно розподілених форм навчальної роботи розв'язується базова (прикладна) задача з алгебри і початків аналізу, реалізується метод математичного моделювання, будується математична модель. Зважаючи на встановлені на першому етапі зони актуального розвитку, формулюються і розв'язуються навчальні (навчально-теоретичні) задачі з алгебри і початків аналізу. За результатами колективної навчально-математичної діяльності старшокласників розробляється навчальна (навчально-теоретична) модель розв'язування типових задач. У підсумку будується узагальнений спосіб дій (зазначаються евристичні та алгоритмічні приписи) у процесі розв'язування типових задач з алгебри і початків аналізу, здійснюється аналіз, контроль, корекція і оцінка його засвоєння. Осібне місце відводиться груповим і парним формам роботи, що проводяться в базовій зоні найближчого математичного розвитку старшокласників. Окрім вищезазначеного, на другому етапі вможливується формулювання навчально-дослідницької задачі, а відтак створення навчально-дослідницької зони найближчого математичного розвитку найздібніших старшокласників.

III етап. Перетворення зон найближчого математичного розвитку старшокласників у зони їхнього актуального математичного розвитку. На третьому етапі превалюють індивідуальні форми навчальної роботи, забезпечується процес інтеріоризації. Старшокласники реалізують створені навчальні (навчально-теоретичні) моделі, індивідуально розв'язують базові (навчальні, навчально-теоретичні) задачі з алгебри і початків аналізу, самостійно виконують дії у процесі формулювання та застосування понять.

Найздібніші із них виконують завдання дослідницько-математичного змісту, реалізують методологію математичного дослідження в підготовці робіт МАН України. Квінтесенцією цього етапу є самоаналіз, самоконтроль, самокорекція й самооцінка, оволодіння старшокласниками узагальненого способу дій у процесі розв'язування типових задач, формулювання і застосування понять з алгебри і початків аналізу. Кваліфіковано виконана рефлексія процесу і результатів учіння алгебри і початків аналізу засвідчує про інтелектуальну якість, про рівень розвитку математичних здібностей кожного старшокласника. Відтак індивідуально встановлюється, чи насправді найближча зона математичного розвитку перетворилася в зону актуального математичного розвитку. Отож результатами реалізації третього етапу навчання є верифікація (підтвердження істинності) вірогідного факту: чи досягнуто нової, вищої зони актуального математичного розвитку (в порівнянні з тією зоною, що була встановлена на першому етапі навчання).

IV етап. Проєктування зон найближчого математичного розвитку старшокласників у навчанні алгебри і початків аналізу.

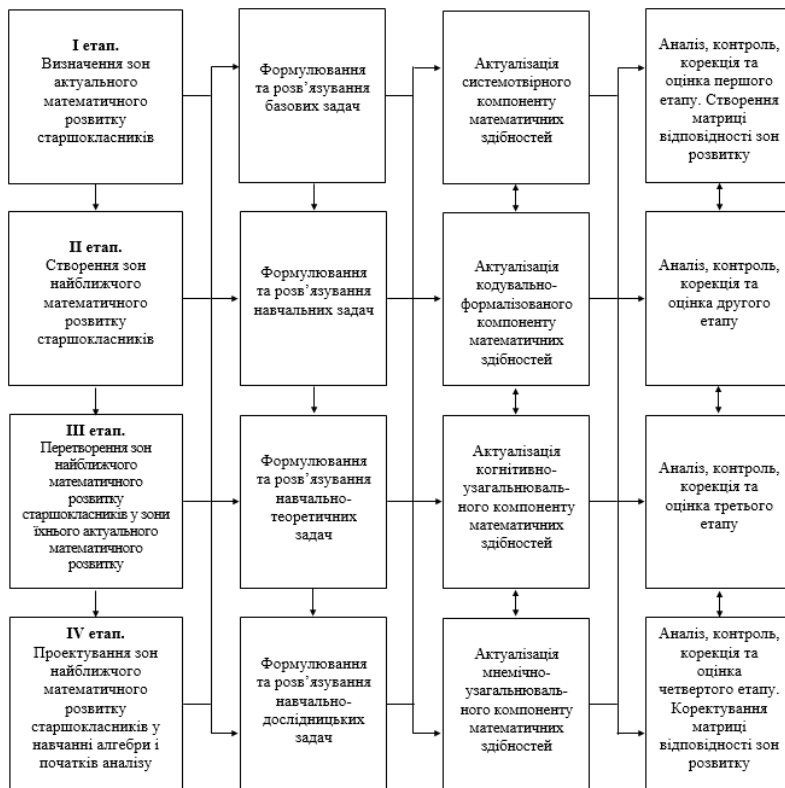
Установлені на третьому етапі зони актуального математичного розвитку старшокласників слугують основою для проєктування їхніх зон найближчого математичного розвитку. З огляду на навчально-математичні досягнення учнів, типи задач, що розв'язуються ними самостійно, здійснюється коригування матриці відповідності зон актуального математичного розвитку та зон найближчого математичного розвитку старшокласників. Указуються основні типи задач, у процесі розв'язування яких створюються зони актуального й найближчого математичного розвитку старшокласників. Скоригована матриця відповідності слугує підґрунтям для подальшої реалізації теоретико-методичної моделі, починаючи з другого етапу – створення зон найближчого математичного розвитку старшокласників.

Посутньою характеристикою представленої моделі є ймовірно (випадковим чином) детерміновані структурні компоненти, що визначаються на першому етапі її реалізації й зрештою зумовлюють зміст і специфіку перебігу наступних етапів. Така особливість дозволяє її віднести до категорії теоретико-ймовірнісних методичних моделей.

Упровадження теоретико-ймовірнісної моделі розвитку математичних здібностей старшокласників у процесі формування основних понять алгебри і початків аналізу вможливило розв'язування як базових, так і навчальних, навчально-теоретичних і навчально-дослідницьких задач. Базові задачі з алгебри і початків аналізу слугують введенню (означенню) нового поняття, вони вирішують актуальну проблему походження математичних знань (понять). Результатом розв'язування двох навчальних задач є спосіб дій у процесі формулювання поняття, а також застосування понять у розв'язуванні задач і розвитку теорії з алгебри і початків аналізу. Навчально-теоретичні задачі забезпечують формування узагальнених способів дій у процесі

реалізації внутрішньо-предметних і міжпредметних зв'язків, вони реалізують принцип варіативності в процесі введення (формулювання) того чи іншого поняття алгебри і початків аналізу. Приміром, застосування понять алгебри і початків аналізу в геометрії, теорії ймовірностей і математичній статистиці, або ж у розв'язуванні задач фізичного, хімічного, біологічного, астрономічного змісту. Прикладом варіативності є означення похідної функції в точці як кутового коефіцієнта дотичної, проведеної до графіка функції в цій точці.

Навчально-дослідницькі задачі передбачають уведення (означення) понять алгебри і початків аналізу на основі методів, що виходять за рамки систематичного курсу математичного старшої школи і репрезентують методологію математичного дослідження. Для прикладу введення тригонометричних функцій як розв'язків системи функціональних рівнянь, або ж означення натурального логарифма як інтеграла зі змінною верхньою межею, або ж стохастичне визначення числа Ейлера (задача про ймовірність події у серії випробувань).



Висновки. Змістовий аналіз результатів проведеного дослідження дозволяє дійти висновку про те, що розроблена теоретико-ймовірнісна методична модель розвитку математичних здібностей старшокласників у процесі формування понять алгебри і початків аналізу репрезентує цикл розвивального навчання, у якому розвиток індивідуально-психологічних якостей особистості старшокласника досягається в діяльнісному процесі співпраці зі вчителем й однолітками. Визначена етапність навчання алгебри і початків аналізу передбачає встановлення зон актуального математичного розвитку, створення зон найближчого математичного розвитку, перетворення їх (процес інтеріоризації), перспективне планування зон найближчого математичного розвитку, а також створення матриці відповідності зон актуального та найближчого математичного розвитку старшокласників. Така модель утілює задачний підхід до організації процесу навчання, забезпечує самоаналіз, самоконтроль, самокорекцію та самооцінку як процесу, так і результатів навчально-математичної діяльності.

До перспектив подальших досліджень відносимо реалізацію теоретико-ймовірнісної методичної моделі розвитку математичних здібностей старшокласників у процесі вивчення теорем алгебри і початків аналізу.

Література

Великий тлумачний словник української мови [уклад. і гол. ред. В. Г. Бусел]. – К.: Перун, 2003. – 1440 с.

Давыдов, В. В. Проблемы развивающего обучения: Опыт теоретического и экспериментального психологического исследования / В. В. Давыдов. – М.: Педагогика, 1986. – 244 с.

Лабораторные и практические работы по методике преподавания математики: Учеб. пособие для студентов физ.-мат. спец. пед. ин-тов / Е. И. Лященко [и др.] ; под ред. Е. И. Лященко. – М.: Просвещение, 1988. – 223 с.

Навчальна програма з математики для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Профільний рівень. [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalni-programi/navchalni-programi-dlya-10-11-klasiv>.

Саранцев, Г. И. Методология методики обучения математики / Г. И. Саранцев. – Саранск: Тип. «Крас. Окт.», 2001. – 144 с.

Семенець, С. П. Методика навчання математики (підготовлено на основі концепції розвивальної освіти): навчальний посібник / С. П. Семенець. – Житомир: вид-во ЖДУ ім. І. Франка, 2009. – 536 с.

Слепкань, З. І. Методика навчання математики: підручник. / З. І. Слепкань. – 2-ге вид., допов. і переробл. – К.: Вища школа, 2006. – 582 с.

References

Busel, V. G. (Ed.). (2003). *Large explanatory dictionary of the Ukrainian language*. Kyiv: Perun. [in Ukrainian].

Davydov, V. V. (1986). *Problems of developing learning: The experience of theoretical and experimental psychological research*. Moscow: Pedagogy'ka. [in Russian].

Lyashenko, E. I. (Ed.). (1988). *Laboratory and practical work on the*

methodology of teaching mathematics. Moscow: Prosveshheny`e. [in Russian].

Mathematics curriculum for students of 10-11 grades of secondary schools. Profile level. Retrieved from <https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalni-programi/navchalni-programi-dlya-10-11-klasiv>. [in Ukrainian].

Sarancev, G. Y. (2001) *Methodology of methods of teaching mathematics*. Saransk: Kras. Oct. [in Russian].

Semenecz`, S. P. (2009). *Methods of teaching mathematics (prepared on the basis of the concept of developmental education)*. Zhytomyr: ZhDU im. I. Franka. [in Ukrainian].

Slyepkan`, Z. I. (2006). *Methods of teaching mathematics*. Kyiv: Vy`shsha shkola. [in Ukrainian].

АНОТАЦІЯ

У статті зроблено теоретичний аналіз психолого-педагогічної та навчально-методичної літератури щодо вивчення основних понять алгебри і початків аналізу. Встановлено, що дотепер недостатньо вивченим залишається питання розвитку математичних здібностей старшокласників у процесі формування основних понять алгебри та початків аналізу. Метою представлено дослідження є з'ясування змісту та структурних компонентів методики розвитку математичних здібностей старшокласників у процесі формування основних понять алгебри та початків аналізу. Для досягнення мети використано такі методи дослідження: теоретичний аналіз (психолого-педагогічної та навчально-методичної літератури); структурно-системний аналіз (понять алгебри і початків аналізу); теоретичне моделювання (у процесі розроблення теоретико-ймовірнісної методичної моделі навчання), змістово-теоретичне узагальнення та проектування (у формулюванні висновків та окресленні змісту подальших досліджень).

За результатами дослідження визначено, що засадничим (системотвірним) поняттям алгебри і початків аналізу є поняття "математична модель". Розроблена теоретико-ймовірнісна методична модель розвитку математичних здібностей старшокласників у процесі формування понять алгебри і початків аналізу репрезентує цикл розвивального навчання, у якому розвиток індивідуально-психологічних якостей особистості старшокласника досягається в діяльній процесі співпраці з учителем і однолітками. Визначена етапність навчання алгебри і початків аналізу передбачає встановлення зон актуального математичного розвитку, створення зон найближчого математичного розвитку, перетворення їх (процес інтеріоризації), перспективне планування зон найближчого математичного розвитку, а також створення матриці відповідності зон актуального та зон найближчого математичного розвитку старшокласників. Така модель втілює задачний підхід до організації процесу навчання, забезпечує самоаналіз, самоконтроль, самокорекцію та самооцінку як процесу, так і результатів навчально-математичної діяльності. Посутньою характеристикою представленої моделі є ймовірнісно (випадковим чином) детерміновані структурні компоненти, що визначаються на першому етапі її реалізації й зумовлюють зміст і специфіку перебігу наступних етапів.

Ключові слова: поняття алгебри і початків аналізу, розвиток математичних здібностей старшокласників, зони актуального математичного розвитку, зони найближчого математичного розвитку, математична модель.