

УДК 37.091.321-057.874:51

DOI 10.31494/2412-9208-2020-1-3-162-170

**PROBLEM-BASED SYSTEM OF COMPETENCE-ORIENTED TEACHING  
OF MATHEMATICS TO PRIMARY SCHOOL PUPILS**

**ЗАДАЧНА СИСТЕМА КОМПЕТЕНТІСНО ОРІЄНТОВАНОГО  
НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ УЧНІВ ОСНОВНОЇ ШКОЛИ**

**Sergiy SEMENETS,**

Doctor of Pedagogical Sciences,  
Professor

sergij.semenetss@gmail.com  
orcid.org/0000-0003-2733-0539

Zhytomyr Polytechnic State  
University

✉ 103 Chudnivska St.,  
Zhytomyr, 10005

**OIha LUTSYK,**

Post-graduate student

lutskyolha@gmail.com  
orcid.org/0000-0002-3238-1771

Zhytomyr Ivan Franko State  
University

✉ 40 Velyka Berdychivska St.,  
Zhytomyr, 10008

**Сергій СЕМЕНЕЦЬ,**

доктор педагогічних наук,  
професор

Державний університет  
“Житомирська політехніка”

✉ вулиця Чуднівська, 103  
м. Житомир, 10005

**Ольга ЛУЦИК,**

аспірантка

Житомирський державний  
університет імені Івана Франка

✉ вулиця Велика Бердичівська, 40  
м. Житомир, 10008

*Original manuscript received: October 03, 2020*

*Revised manuscript accepted: November 25, 2020*

**ABSTRACT**

*Introduction of Concept of the New Ukrainian School and transition from the knowledge to competence paradigm lead to reconsidering of the content and structure of mathematical competence and factors of its development. The purpose of the article is to clarify the content and structure of the problem-based system of competence-oriented teaching of mathematics to primary school students. For this reason, such research methods as theoretical and structured system analysis, theoretical modeling as well as content and theoretical generalization are used.*

*The constructed problem-based system of teaching of mathematics implements the principle of developmental continuity. On the one hand, it serves as a program of educational and mathematical activities, and on the other hand, it actualizes the three-dimensional structures of external and internal demonstration of mathematical competence. The specific character of this system is in the variety and different types of the problems, integration of deductive essence of mathematics, personality and activity-based as well as competence theory of its teaching.*

*There is justification of an opinion that the competence mathematical problem is a type of reflexive problems in the process of solving and as a result of which zones of current and nearest mathematical development of personality are formed, there are qualitative changes of the subject of mathematical (educational and mathematical) activity which are reflected in internal and external dimensions of his mathematical competence. Such problems are solved by the subjects of mathematical (educational and mathematical) activity in order to diagnose their mathematical competence and at*

*the same time they are used as a means of such competence development.*

*It was found that there are four levels of content and theoretical generalization which are considered as classification basis for competence mathematical problems and which enable to distinguish basic, educational, educational and theoretical as well as educational and research competence mathematical problems.*

*The article establishes a generalized method of action in the process of solving competence mathematical problems. It provides diagnosis and development of both the external demonstration of mathematical competence and its internal demonstration.*

**Keywords:** *problem-based system of teaching, competence problem, competence mathematical problem, mathematical competence, primary school students.*

**Постановка проблеми.** Сучасна система загальної середньої освіти України зорієнтована на створення умов для успішної самореалізації учня як особистості, громадянина і фахівця. У концепції Нової української школи зазначається, що ключові компетентності та наскрізні вміння створюють “канву”, яка є основою всебічного розвитку особистості учня. Математичну компетентність віднесено до однієї з ключових. Варто визнати, що дотепер у психолого-педагогічних працях мало дослідженою залишається проблема методичних засад розвитку математичної компетентності учнів різних вікових категорій. Зокрема, досі недостатньо простудійовані методичні засади реалізації задачного підходу до розвитку математичної компетентності учнів основної школи. У рамках окресленої загальної проблеми актуальним залишається питання структури та змісту задачної системи компетентісно орієнтованого навчання математики.

**Аналіз досліджень.** Проблеми розвитку математичної компетентності здобувачів освіти присвячені дослідження науковців, з-поміж яких виокремимо роботи Н. Бібік, М. Голованя, І. Зимньої, І. Зіненко, С. Ракова та інших. Теорії задач та її застосуванню в умовах навчальної діяльності присвячено праці Г. Балла, М. Ігнатенка, Ю. Колягіна, Є. Машбиця та інших. Теоретичні та методичні засади запровадження компетентісного підходу в математичній освіті вивчаються в роботах М. Бурди, С. Семенця, С. Скворцової, Н. Тарасенкової та інших.

**Мета статті** полягає в з'ясуванні змісту та структури задачної системи компетентісно орієнтованого навчання математики учнів основної школи. Для її досягнення окреслено такі **завдання** дослідження: сформулювати авторське визначення понять “компетентісна задача”, “компетентісна задача з математики”; побудувати задачну систему компетентісно орієнтованого навчання математики учнів основної школи, висвітлити зміст основних типів компетентісних задач, а також окреслити узагальнений спосіб дій у процесі їх розв'язування.

**Методи дослідження:** теоретичний аналіз (у розкритті задачного підходу до розвитку математичної компетентності учнів основної школи,

у виконанні категоріально-понятійного аналізу), структурно-системний аналіз і теоретичне моделювання (у побудові моделі задачної системи компетентісно орієнтованого навчання математики), змістово-теоретичне узагальнення (у формулюванні висновків).

**Виклад основного матеріалу.** Концептуальним у дослідженні є положенням про те, що однією із загальних форм розвитку особистості є навчання, яке здійснюється у формі навчальної діяльності. Згідно з діяльним підходом навчання математики має здійснюватися відповідно до етапів навчально-математичної діяльності, у формі формулювання та розв'язування різнотипних задач. Основоположною ідеєю розроблення теорії задач навчально-математичної діяльності учнів є принцип розвивальної наступності, згідно з яким кожен наступний тип задач вирізняється від попереднього вищим рівнем змістового теоретичного узагальнення. Обґрунтовано думку про те, що запровадження елементів загальнонаукової методології в навчання – методу навчально-теоретичного моделювання, забезпечує формування узагальнених способів дій для реалізації в типових задачних ситуаціях з математики (Семенець, 2015).

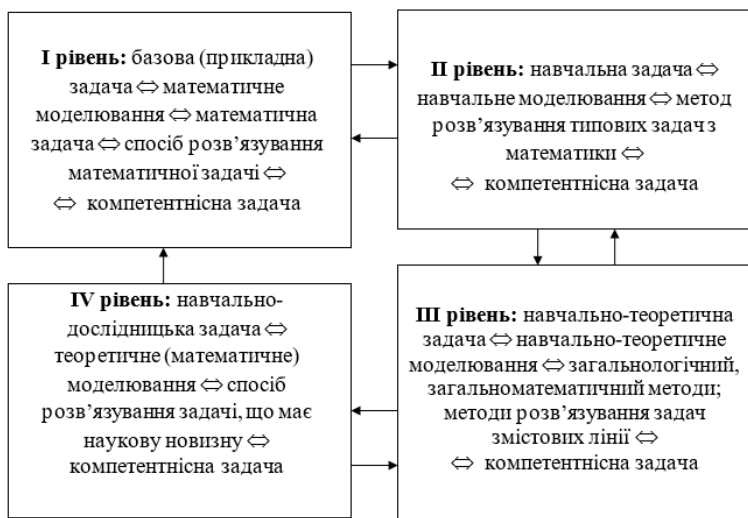
Освітня практика підтверджує, що саме підлітковий віковий період є сприятливим для запровадження задачної системи навчання. Характерними новоутвореннями підлітків є почуття дорослості, здатність до самоствердження та самовдосконалення, формування вибіркового пізнавального інтересу. Варто враховувати, що в учнів основної школи недостатньо сформована внутрішня мотивація навчання, особливо актуальна ця проблема в навчанні математики.

Окреслимо різнорівневу задачну систему навчально-математичної діяльності учнів як засобу розвитку їхньої математичної компетентності. **Перший рівень** задачної системи займають базові (прикладні та практичні) задачі, завдяки яким розв'язується проблема походження математичних знань, реалізовується метод математичного моделювання, формулюються і розв'язуються математичні задачі. **Другому рівню** відповідають навчальні задачі з математики, що передбачають навчальне моделювання процесу розв'язування типових задач з математики. Навчально-теоретичні задачі з математики як задачі вищого (**третього**) **рівня** змістового теоретичного узагальнення забезпечують формування узагальнених способів дій у процесі реалізації ключових математичних ідей (положень), розв'язування задач змістових математичних ліній, а також запровадження загально-математичних і загальнологічних методів пізнання. **Четвертий рівень** задачної системи містить навчально-дослідницькі задачі з математики, які, окрім рівня змістового теоретичного узагальнення, вирізняються новизною одержаного результату. На кожному рівні задачної системи навчання особливою задачею слугує компетентісна задача з математики, що відображає умови, засоби та результати реалізації компетентісної моделі загальної середньої освіти.

З огляду на вищезазначене компетентісно орієнтоване

навчання математики ґрунтується на чотирирівневій задачній системі – ієрархічно організованій послідовності задач, що задає програму навчально-математичної діяльності (рис. 1). Місце компетентнісних задач у визначеній задачній системі, а також зміст компетентності як інтегрованої характеристики якості особистості (суб'єкта діяльності) зумовлюють їх тлумачення як різновиду рефлексивних задач. Тут зважуємо на те, що рефлексія – це форма теоретичної діяльності суб'єкта, спрямована на осмислення власних дій, на розуміння їх закономірностей. Власне кажучи, рефлексія – це самопізнавальна діяльність. Структуру такої діяльності формують рефлексивні задачі.

Усталеною є думка дослідників, що рефлексивними є такі задачі, які забезпечують усвідомлення процесу їх розв'язування. Задачі, що активізують процес відображення різних компонентів навчальної діяльності (Котенко В, 2000). На нашу думку, **рефлексивна задача з математики** – це особливий різновид задач, що розв'язується суб'єктами навчально-математичної діяльності з метою осмислення власних дій (розуміння їх закономірностей), забезпечення процесу самопізнання та саморозвитку в навчанні математики. Зважаючи на цілу низку методичних публікацій з окресленої проблеми, вважаємо, що неправомірно ототожнювати рефлексивну задачу з тією математичною задачею, на якій вона ґрунтується. Насправді математична задача слугує підґрунтям (основою) для формулювання рефлексивної задачі, що має розв'язуватися за колективних, колективно розподілених (групових, парних) чи індивідуальних форм роботи.



**Рис.1** Задачна система компетентнісно орієнтованого навчання математики

У педагогічних працях до компетентнісний задач відносять вид навчального матеріалу, який сприяє формуванню компетентностей трьох рівнів: предметних, міжпредметних і ключових (Дубова, 2011). На думку дослідників, компетентнісна задача моделює життєву, практичну ситуацію, вона є діяльнісним завданням. Її мета полягає в формуванні системи універсальних навчальних дій, забезпеченні умов для застосування знань, навичок і умінь у нових незнайомих міжпредметних ситуаціях, набутті досвіду вирішення завдань життєвого характеру (Tarasenkova, 2016).

Отож компетентнісна задача передбачає моделювання, виконання таких змістово-теоретичних дій, як аналіз, абстрагування, узагальнення, планування, а її розв'язування актуалізує теоретичне мислення, реалізовує декількарівневу модель діяльності. Тим самим уможлиблюється запровадження методу “креативного поля” (Д.Б. Богоявленська), відшукання прихованих закономірностей, що характерні цілому типу задач. З одного боку, встановлення глибинних, сутнісних зв'язків, притаманних теоретичному мисленню, поворот суб'єкта діяльності до самого себе задля встановлення міри розуміння, а з іншого боку – з'ясування суб'єктом діяльності підґрунтя власних дій, його знання про обсяг, глибину й прикладну значущість власних знань, дозволяють віднести компетентнісні задачі до категорії рефлексивних.

Відтак у ширшому сенсі під **компетентнісною задачею** розуміємо рефлексивну задачу, в процесі й за результатами розв'язування якої встановлюються зони актуального та найближчого розвитку особистості, відбуваються якісні зміни суб'єкта діяльності, відображені у внутрішніх і зовнішніх вимірах його компетентності. У вузькому сенсі, **компетентнісна задача** – це рефлексивна задача, що розв'язується суб'єктом діяльності з метою встановлення рівня його компетентності в процесі і за результатами розв'язування певного типу задач.

Зважаючи на вищезазначене, **компетентнісна задача з математики** – це різновид рефлексивних задач, у процесі й за результатами розв'язування якої встановлюються зони актуального та найближчого математичного розвитку особистості, відбуваються якісні зміни суб'єкта математичної (навчально-математичної) діяльності, віддзеркалені у внутрішніх і зовнішніх вимірах його математичної компетентності. Вони розв'язуються суб'єктами математичної (навчально-математичної) діяльності задля діагностики їхньої математичної компетентності та водночас слугують засобом розвитку такої компетентності.

Зважаючи на дуальну природу математичної компетентності, її зовнішні та внутрішні прояви (Семенець, 2020), компетентнісна задача з математики передбачає відповіді на такі питання:

1) як саме потрібно діяти при вирішенні типових задач з математики? Таке питання актуалізує процесуально-діяльний вимір математичної компетентності;

2) чому потрібно діяти саме так? – змістово-теоретичний вимір

математичної компетентності;

3) для чого потрібно вирішувати такі задачі з математики? – ціннісно-мотиваційний вимір математичної компетентності;

4) що саме потрібно знати і вміти, якими особистісними якостями володіти, щоб розв'язувати сформульовані математичні задачі? – змістово-теоретичний, процесуально-діяльний, особистісно-психологічний, референтно-комунікативний виміри математичної компетентності.

5) наскільки суб'єкт математичної діяльності готовий (знання, вміння, особистісні якості), щоб розв'язувати задачі такого типу? – рефлексивно-оцінний вимір математичної компетентності.

6) що саме суб'єкту математичної діяльності потрібно покращити (знання, вміння, особистісні якості) та яким є подальший її зміст? – рефлексивно-оцінний вимір математичної компетентності.

У представленому дослідженні класифікаційною основою компетентнісних задач з математики є окреслені чотири змістово-теоретичні рівні задачної системи навчання. Отож розрізнятимемо компетентнісні задачі з математики базового, навчального, навчально-теоретичного, навчально-дослідницького рівнів. У такий спосіб компетентнісні задачі з математики співвідносяться із зонами найближчого математичного розвитку учнів (базовою, навчальною, навчально-теоретичною, навчально-дослідницькою), а їх успішне розв'язування дозволяє стверджувати про перехід суб'єктів навчально-математичної діяльності у відповідну зону актуального математичного розвитку. Це дозволяє, на нашу думку, тісно пов'язати вчення про створення в навчанні зон найближчого розвитку (Л.С. Виготський), зміст інтегрованої характеристики якості (міри розвитку) особистості, якою є математична компетентність, із необхідністю реалізації задачного підходу в процесі повноцінної (цілісної) навчально-математичної діяльності як методологічного підґрунтя компетентнісної математичної освіти.

Принагідно зауважимо, що, незважаючи на досить поширену освітньо-математичну практику й цілу низку методичних публікацій, компетентнісні задачі з математики не можуть ототожнюватися з прикладними (практичними) задачами. Тут, на нашу думку, мають урахуватися різні класифікаційні основи, в одному випадку – це різновид діяльності суб'єкта, віддзеркалений у специфіці розв'язуваних задач, а в іншому – якість суб'єкта діяльності осмислювати власні дії, що дозволяє характеризувати зовнішні та внутрішні виміри його компетентності, встановлювати зони актуального та найближчого розвитку. Прикладна задача з математики може слугувати підґрунтям для формулювання та розв'язування компетентнісної задачі, однак такою ж основою може бути шкільна математична задача чи задача математичної олімпіади, або ж науково-дослідницька математична задача, що належить до категорії фундаментальних (приміром, найвідоміша задача топології – гіпотеза Пуанкаре, доведена Григорієм

Перельманом у 2002 році). Посутнім у представленому визначенні є віднесення компетентнісної задачі з математики до категорії рефлексивних у сенсі встановлення зон актуального і найближчого математичного розвитку особистості, її усвідомленої потреби в саморозвитку, що, власне кажучи, характеризує математичну компетентність як саморозвивальну систему.

Цілком природно, що компетентнісні задачі є наріжним каменем задачної системи компетентнісно орієнтованого навчання математики учнів основної школи. Вони забезпечують осмислення зон актуального та найближчого математичного розвитку учнів, уможливають діагностику їхньої математичної компетентності, слугують її розвиткові, є логічним завершенням кожного етапу навчання.

**Висновки та перспективи подальших досліджень.** Проведене дослідження дозволяє зробити такі висновки:

1. У ширшому сенсі під компетентнісною задачею розуміємо рефлексивну задачу, в процесі та за результатами розв'язування якої встановлюються зони актуального та найближчого розвитку особистості, відбуваються якісні зміни суб'єкта діяльності, відображені у внутрішніх і зовнішніх вимірах його компетентності. У вужчому тлумаченні, компетентнісна задача – це рефлексивна задача, що розв'язується суб'єктом діяльності з метою встановлення рівня його компетентності в процесі і за результатами розв'язування певного типу задач.

2. Компетентнісна задача з математики – це різновид рефлексивних задач, у процесі й за результатами розв'язування якої встановлюються зони актуального та найближчого математичного розвитку особистості, відбуваються якісні зміни суб'єкта математичної (навчально-математичної) діяльності, відзеркалені у внутрішніх і зовнішніх вимірах його математичної компетентності. Такі задачі розв'язуються суб'єктами математичної (навчально-математичної) діяльності задля діагностики їхньої математичної компетентності та водночас слугують засобом розвитку такої компетентності.

3. Представлена задачна система навчання математики реалізує принцип розвивальної наступності, вона, з одного боку, слугує програмою навчально-математичної діяльності, а з іншого – актуалізує тривимірні структури зовнішнього та внутрішнього проявів математичної компетентності. Специфіка цієї системи в різновиді та різнотипності задач, інтеграції дедуктивної суті математики, особистісно-діяльнісної й компетентнісної теорії її навчання.

4. Класифікаційною основою компетентнісних задач з математики є чотири рівні змістово-теоретичного узагальнення, що вможливають виокремлення базових, навчальних, навчально-теоретичних та навчально-дослідницьких компетентнісних задач із математики.

5. Сформований узагальнений спосіб дій у процесі розв'язування компетентнісних задач із математики забезпечує діагностику та розвиток як зовнішнього прояву математичної компетентності (змістово-теоретичного, процесуально-діяльного, референтно-комунікативного

вимірів), так і внутрішнього її прояву (ціннісно-мотиваційного, рефлексивно-оцінного та особистісно-психологічного вимірів).

Розробленню методики реалізації задачної системи компетентісно орієнтованого навчання математики учнів основної школи будуть присвячені наші подальші дослідження.

#### **Література**

Дубова М. В. Целевой и содержательный аспект понятия «компетентностная задача» / Дубова М. В., Маслова С. В. // Вестник Волжского университета им. В. Н. Татищева. – 2011. – № 8.

Котенко В. В. Рефлексивная задача как средство повышения обучаемости школьников в процессе изучения базового курса информатики: дис. ...канд. пед. наук : 13.00.02 / Владимир Викторович Котенко. – О., 2000. – 165 с.

Семенец С. П. Методологія і теорія розвивального навчання математики: [монографія] / Сергій Петрович Семенець. – Житомир: Вид. О. О. Євенок, 2015. – 236 с.

Семенец С. Супровідний тригранник математичної компетентності / С. Семенець // Наукові записки Бердянського державного педагогічного університету. Серія: Педагогічні науки. Випуск 2. – Бердянськ, 2020. – С. 96–105.

Tarasenkova, N (Ed). (2016). Conceptual framework for improving the mathematical training of young people: Monograph. In L. Kyba (A. Ed.). Budapest, Hungary: SCASPEE, 128-135.

#### **References**

Dubova M. V. Celevoj i sodержatelnyj aspekt ponyatiya «kompetentnostnaya zadacha» / Dubova M. V., Maslova S. V. // Vestnik Volzhskogo universiteta im. V. N. Tatischeva. – 2011. – № 8 [in Russian].

Kotenko V. V. Refleksivnaya zadacha kak sredstvo povysheniya obuchaemosti shkolnikov v processe izucheniya bazovogo kursa informatiki: dis. ...kand. ped. nauk : 13.00.02 / Vladimir Viktorovich Kotenko. – O., 2000. – 165 s. [in Russian].

Semenez` S. P. Metodologiya i teoriya rozvyval'nogo navchannya matematy ky` : [monografiya] / Serhij Petrovy`ch Semenez`. – Zhy'tomy`r: Vy`d. O. O. Yevenok, 2015. – 236 s. [in Ukrainian].

Semenez` S. Suprovidny`j try` granny`k matematy`chnoyi kompetentnosti / S. Semenez` // Naukovi zapysky` Berdyans`kogo derzhavnogo pedagogichnogo universy`tetu. Seriya: Pedagogichni nauky`. Vy`pusk 2. – Berdyans`k, 2020. – S. 96–105 [in Ukrainian].

Tarasenkova, N (Ed). (2016). Conceptual framework for improving the mathematical training of young people: Monograph. In L. Kyba (A. Ed.). Budapest, Hungary: SCASPEE, 128-135.

#### **АНОТАЦІЯ**

*Запровадження Концепції Нової української школи, перехід від знаннєвої до компетентнісної парадигми зумовлюють переосмислення змісту й структури математичної компетентності, чинників її розвитку. На часі є дослідження, що акцентують увагу на вивченні задачної системи компетентісно орієнтованого навчання математики. Мета статті полягає в з'ясуванні змісту та структури задачної системи компетентісно орієнтованого навчання математики учнів основної школи. Для цього*



застосовано такі методи дослідження, як теоретичний і структурно-системний аналіз, теоретичне моделювання, змістово-теоретичне узагальнення.

Побудована задачна система навчання математики реалізує принцип розвивальної наступності, вона, з одного боку, слугує програмою навчально-математичної діяльності, а з іншого боку – актуалізує тривимірні структури зовнішнього та внутрішнього проявів математичної компетентності. Специфіка цієї системи в різновиді та різнотипності задач, інтеграції дедуктивної суті математики, особистісно-діяльній і компетентній теорії її навчання.

Обґрунтовано думку про те, компетентнісна задача з математики – це різновид рефлексивних задач, у процесі й за результатами розв'язування якої встановлюються зони актуального та найближчого математичного розвитку особистості, відбуваються якісні зміни суб'єкта математичної (навчально-математичної) діяльності, відзеркалені у внутрішніх і зовнішніх вимірах його математичної компетентності. Такі задачі розв'язуються суб'єктами математичної (навчально-математичної) діяльності задля діагностики їхньої математичної компетентності та водночас слугують засобом розвитку такої компетентності.

З'ясовано, що класифікаційною основою компетентнісних задач з математики є чотири рівні змістово-теоретичного узагальнення, що вможливають виокремлення базових, навчальних, навчально-теоретичних та навчально-дослідницьких компетентнісних задач із математики.

Послугуючись діяльним і компетентнісним підходами, в роботі встановлено узагальнений спосіб дій у процесі розв'язування компетентнісних задач із математики. Він забезпечує діагностику та розвиток як зовнішнього прояву математичної компетентності (змістово-теоретичного, процесуально-діяльного, референтно-комунікативного вимірів), так і внутрішнього її прояву (ціннісно-мотиваційного, рефлексивно-оцінного та особистісно-психологічного вимірів).

**Ключові слова:** задачна система навчання, компетентнісна задача, компетентнісна задача з математики, математична компетентність, учні основної школи.